

Я.С. Бродський, В.Ю. Гречук,
О.Л. Павлов, А.К. Сліпенко

Стереометрія у старшій школі

Посібник для вчителя



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН

ББК 22.1я72
74.262.21
С79

Рецензенти:

доктор фізико-математичних наук, професор,
завідувач кафедри вищої математики та методики викладання математики
Донецького національного університету

Г.В. Горр,

викладач математики ліцею при Донецькому національному університеті,
вчитель-методист

С.М. Васильєв

Бродський Я.С., Гречук В.Ю., Павлов О.Л., Сліпенко А.К.

С 79 **Стереометрія у старшій школі: Посібник для вчителя —**
Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2005. — 404 с.

ISBN 966-692-556-7

Пропонований посібник присвячено проектуванню вивчення геометрії в 10–11 класах. Він є засобом управління навчальним процесом з використанням інших елементів комплексу зі стереометрії, який складається з підручника, дидактичних матеріалів та збірника тестів.

У цьому виданні для кожної теми визначені основна мета і базовий рівень навчання, наведені загальні методичні рекомендації, в яких пояснюються особливості викладення матеріалу, розставляються наголоси, визначаються пріоритетні питання, яким слід приділити найбільше уваги на уроках, наводяться рекомендації щодо планування вивчення навчального матеріалу, методичні розробки тем, підтем, поради і матеріали для контролю та ін.

Значне місце займають методичні рекомендації щодо використання контрольних запитань і задач з підручника, а також дидактичних матеріалів. Для базових задач наведено повні розв'язання, а для решти — стислі або вказівки щодо їхнього розв'язування.

Для вчителів математики, студентів фізико-математичних факультетів вищих навчальних закладів, методистів.

ББК 22.1я72

Охороняється законом про авторське право.

Жодна частина цього видання не може бути використана чи відтворена в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва

© Бродський Я.С., Гречук В.Ю.,
Павлов О.Л., Сліпенко А.К., 2005

© Навчальна книга – Богдан,
макет, художнє оформлення, 2005

ISBN 966-692-556-7

Передмова

Методичний посібник адресовано вчителям математики, які працюють у профільних класах природничо-математичного напрямку (природничого, фізико-математичного, технічного та інших профілів) за таким пробним підручником:

[П] Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Геометрія. 10–11 класи. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003.

Рекомендації зорієнтовано на застосування посібників:

[Д] Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Дидактичні матеріали з геометрії. 10–11 класи. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2005.

[Т] Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Тести з геометрії. 10–11 класи. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2004.

Разом з ними цей посібник складає навчально-методичний комплект для навчання стереометрії у профільних класах природничо-математичного напрямку відповідно до програми:

[Пр] Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К., Афанасьєва О.М. Програма з математики для 10–11 класів природничого напрямку/Програми факультативних курсів та курсів за вибором з математики для загальноосвітніх навчальних закладів. — К.: Навчальна книга, 2003.

Посібник складається з шести розділів. У першому розділі розглядаються загальні питання методики навчання геометрії у старшій школі, характеризується згаданий навчально-методичний комплект, даються поради щодо організації навчального процесу. Кожен з наступних п'яти розділів присвячено відповідній темі курсу стереометрії.

Структура цих розділів однакова. Вона складається з:

- характеристики теми й основних завдань її вивчення;
- загальних методичних рекомендацій щодо навчання матеріалу теми;

- методичних рекомендацій щодо навчальних модулів, на які поділяється тема і які складаються з невеликої кількості навчальних питань, об'єднаних змістом;

- рекомендацій щодо організації тематичного контролю.

Підрозділи, пов'язані з навчальними модулями, водночас містять, крім основних завдань вивчення матеріалу модуля, рекомендації щодо:

- забезпечення готовності учнів до вивчення матеріалу модуля;
- викладення теоретичного матеріалу;
- розв'язування типових задач;
- організації самостійної роботи учнів, контролю навчальних досягнень учнів із засвоєння навчального матеріалу модуля.

Таким чином, рекомендації стосуються усіх складових процесу навчання геометрії: визначення мети та її конкретизації й уточнення, планування на різних рівнях, змісту навчання, методики викладення матеріалу, організації пізнавальної діяльності учнів, контролю їхніх навчальних досягнень. Вони спрямовані на забезпечення технологічності навчання стереометрії. Безумовно, їхня реалізація в конкретних умовах потребує врахування цих умов і відповідної адаптації до особливостей навчального закладу, контингенту учнів, досвіду, поглядів і смаків вчителя. Головне їхнє призначення — допомогти вчителю знайти оптимальний варіант навчання стереометрії за вказаним навчально-методичним комплектом.

Посібник може бути використаний і при роботі з іншими підручниками.

Розділ 1

ВИБРАНІ ПИТАННЯ ЗАГАЛЬНОЇ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ

ВСТУП

Тривалий час характер шкільної геометричної освіти в Україні значною мірою визначався лише одним підручником. У зв'язку з реформуванням освіти взагалі та математичної зокрема настав час реалізувати альтернативні підходи, урізноманітнити навчально-методичне забезпечення навчання геометрії. Цього вимагає концепція реформування освіти в Україні, зокрема впровадження диференційованого навчання.

На особливу увагу заслуговує забезпечення профільного навчання геометрії в старшій школі, тобто створення відповідної навчально-методичної бази. А це водночас потребує глибокого аналізу змін у сучасній вітчизняній школі взагалі та профільній зокрема. Головною метою цього розділу є осмислення проблем навчання стереометрії у профільних класах природничо-математичного спрямування.

1.1. ПРО ГЕОМЕТРИЧНУ ОСВІТУ

Геометричні знання в усі часи складали серцевину повноцінної загальної освіти. Чому це так, у чому феномен геометричної освіти, що дає змогу доволі спеціальній науці міцно триматись протягом тисячоліть у чільній трійці-п'ятірці обов'язкових для вивчення дисциплін? Відповіді на ці запитання давались у стислій чи розгорнутій формі неодноразово. Згадаємо лише чудову працю Ф. Клейна [34] майже столітньої давності і концепцію шкільної геометрії І.Ф. Шаригіна [52], а також статтю А.Д. Александрова [1]. Однак і в цих працях, і в безлічі інших публікацій йшлося та йдеться про численні проблеми у визначенні змісту геометричної освіти, методики викладання геометрії.

Характерно, що з часів Ф. Клейна сучасній школі так і не вдалось знайти компроміс між «геометрією Евкліда» і нагальними потребами в геометричній освіті. Значною мірою це пов'язано з тим, що при викладанні геометрії треба сумістити полярні «лід логіки

і жар уявлень» [1], а ще необхідно задовольнити доволі широкий спектр прикладних запитів (про які, до речі, багато кажуть, але, за великим рахунком, вони і не забезпечуються).

Пошук шляхів реформування геометричної освіти в школі — одне з найважливіших і найскладніших завдань реформи математичної освіти взагалі.

1.1.1. ГЕОМЕТРІЯ ЯК НАУКА

Найбільш поширеною точкою зору на геометрію є та, що вона — один зі специфічних засобів відображення реального світу. Ця специфічність має і фізіологічне походження. Зовсім недавно (у другій половині XX ст.) була встановлена несиметричність головного мозку людини [11]: його ліва півкуля відповідає за логічний аналіз, вона ж керує мовою, письмом та іншими алгоритмічними процедурами, а уявлення, інтуїція, емоції, зорове і просторове сприймання та інші операції — продукт правої півкулі. Обидві півкулі забезпечують два важливих аспекти будь-якого процесу мислення: формально-логічний і мотиваційно-керувальний. Для першого аспекту характерним є логічне впорядковування інформації, символізм дій, а для другого — синтетичний характер мислення. Вказаній різниці між функціями півкуль відповідає умовний поділ математики на «алгебру» і «геометрію», а математиків — на «алгебраїстів» і «геометрів». Історія математики дає багато прикладів видатних математиків, які були більшою мірою алгебраїстами, ніж геометрами (Г. Лейбніц, П. Ферма, К. Вейерштрас, Г. Грасман), і навпаки (І. Ньютон, Р. Декарт, Г. Ріман, У. Гамільтон). Безумовно, є багато прикладів гармонійних математиків (Архімед, Д. Гільберт, А. Колмогоров). Такий розподіл існує також серед тих, хто вивчає математику і хто навчає учнів.

Таким чином, геометрія може бути охарактеризована як відображення у соціальному досвіді специфічного стилю мислення, призначеного для сприйняття фізичного простору. Як слушно зазначає А.Д. Александров: «Геометрія є поєднанням живого уявлення і строгої логіки, в якому вони взаємно організовують і направляють одне одного» [1].

Безумовно, вказана характеристика не вичерпує змісту поняття геометрії. Опис предмета геометрії є не менш важливим засобом її визначення. Геометрія — розділ математики, предметом якого є фігури, їхні властивості і відношення між ними. Ця характеристика предмета геометрії потребує роз'яснення з багатьох причин, зокрема з

огляду на існування «різних» геометрій: евклідової, або елементарної, геометрії, аналітичної, диференціальної, неевклідової тощо.

Геометрія виникла з потреб практики, що знайшло відображення в її назві: «гео» — земля, «метріо» — вимірювання. До VII ст. до н. е. геометрія мала емпіричний характер і призначалася цілком для забезпечення потреб практичної діяльності людей. Об'єктом цієї геометрії були фізичні тіла. Завдяки зусиллям грецьких математиків VII–III ст. до н. е. геометрія стала зразком побудови наукових теорій. Саме в геометрії вперше було застосовано аксіоматичний метод, який характеризується виділенням первісних понять і відношень та побудовою теорії за допомогою дедуктивного методу. Геометрію Стародавньої Греції було викладено в книгах Евкліда. Вона не спиралась на методи алгебри, а оперувала безпосередньо геометричними образами.

Практично два тисячоліття евклідова геометрія була єдиним представником геометрій. Відкриття методу координат і його застосування привело до створення аналітичної геометрії у XVII ст. завдяки роботам Р. Декарта і П. Ферма. На відміну від евклідової геометрії, для якої головним методом був синтетичний, в аналітичній геометрії головним інструментом доведень був метод координат (хоча аналітична геометрія теж викладається дедуктивно). Цей метод дав змогу «алгебраїзувати» геометричні задачі, звести їх до алгебраїчних перетворень і обчислень.

Розвиток методів математичного аналізу в XVII–XVIII ст. сприяв їхньому широкому застосуванню в геометрії. Це значно розширило коло фігур, які розглядалися, і поглибило дослідження їхніх властивостей. Так виникла диференціальна геометрія, яка вивчає криві і поверхні за допомогою методів математичного аналізу.

У першій половині XIX ст. були відкриті неевклідові геометрії, хоча на найпростішу з них — сферичну — людство звернуло увагу ще на початку нашої ери.

До цього часу вже з'явилися нарисна геометрія, в якій просторові фігури, а також методи розв'язування і дослідження просторових задач вивчаються за допомогою побудови їхніх зображень на площині, проєктивна геометрія, яка вивчає властивості фігур, що не змінюються при так званих проєктивних перетвореннях, наприклад, при проєктуванні. Наприкінці XIX — на початку XX ст. виникла нова геометрія — топологія. Її ще називають геометрією гумової плівки.

У математичних енциклопедіях подано назви кількох десятків геометрій. Виникає запитання: «Чим відрізняються одна від одної різні геометрії і що вони мають спільного?».

Відмінності різних геометрій пов'язані або з відмінностями основних понять і аксіом, тобто «середовищ», в яких будуються геометрії (наприклад, евклідова геометрія і геометрія Лобачевського), або з різними методами дослідження (наприклад, евклідова і аналітична геометрії).

Об'єднує всі геометрії тлумачення їхнього предмета щодо відношення до навколишнього середовища. Основні фігури геометрії є математичними моделями об'єктів реального світу, в яких залишається лише форма і розміри. Тому цілком природно розглядати *геометрію як математичну мову для моделювання просторових відношень та форм, а також відношень і форм, які подібні до просторових*. Розуміння цього і його застосування для розв'язування практичних задач необхідне сучасній людині незалежно від сфери її діяльності.

1.1.2. ГЕОМЕТРІЯ ЯК ПЕДАГОГІЧНА ПРОБЛЕМА

Вказані характеристики геометрії як науки становлять методологічну основу для проектування шкільного предмета геометрії і, природно, ведуть до основних завдань навчання геометрії в школі:

- 1) розвиток образного, зокрема просторового, мислення;
- 2) розвиток логічного мислення;
- 3) формування розуміння відношень між геометричними об'єктами і об'єктами реального світу, вміння застосовувати геометрію для розв'язування практичних задач.

Вказана вище триєдина мета навчання геометрії є загальнонавчальною. Однак її реалізація на практиці викликає значні труднощі. Безумовно, переважна частина цих труднощів має об'єктивну природу: складність предмета та складність видів діяльності, які мають опанувати учні. Свідчення цього — світова історія реформування геометричної освіти протягом ХХ ст. Суть цих реформ яскраво виражають альтернативні гасла, під якими здійснювались ці реформи: «Геть Евкліда!», «Назад до Евкліда!». Хоча у вітчизняній школі це реформування не було таким революційним, але воно суттєво вплинуло на сьогоденний стан у геометричній освіті.

Однією з причин (і, мабуть, найважливішою!) негараздів при навчанні геометрії у вітчизняній школі є невідповідне тлумачення розглянутої мети у змісті і методиках навчання. Справді, ні в кого не викликає сумніву те, що розвиток образного мислення, зокрема просторового, — найважливіше завдання навчання геометрії. А які види діяльності відповідають цьому виду мислення, які заходи сприяють його розвитку? Чи в достатньому обсязі вони подані у змісті навчання, у навчальному процесі? Задовільних відповідей на ці запитання у вітчизняній методичній літературі нема. Водночас існує значний міжнародний досвід, який, безперечно, заслуговує на увагу (див., наприклад, [49] і [50]).

Грунтовні психолого-педагогічні дослідження щодо формування образного і просторового видів мислення ([32], [54]) дають змогу стверджувати, що сформованість цих видів мислення характеризується володінням такими видами діяльності, як:

- 1) розпізнавання образів;
- 2) побудова образів;
- 3) переміщення образів;
- 4) перетворення і перебудова образів.

Вказані види діяльності недостатньо подані і у змісті навчання, і у сучасних засобах навчання, і на всіх ступенях навчання геометрії. Обґрунтування цього висновку потребує додаткових аргументів. Однак достатньо лише звернути увагу на те, що в наявних засобах навчання геометрії дуже мало завдань на роботу з рисунком, щоб переконатись у цьому. Конструювання образів практично обмежується побудовою рисунків до задач. Цього занадто мало.

Увага до переміщення образів цілком характеризує подання геометричних перетворень у сучасних вітчизняних засобах навчання. Геометричні перетворення — рух у геометрії. Без них вона статична, нерухома. Ще менше уваги в засобах навчання геометрії приділяється найважливішим видам діяльності, які характеризують сформованість образного мислення, — перетворенню образів і їхній побудові.

Яскравою ілюстрацією недостатньої спрямованості змісту навчання геометрії у школі на формування просторового мислення є культивування «плоского» мислення в основній школі. Введення просторових фігур у курсі математики для 5–6 і 9 класів не спростовує цього твердження.

Прагнення до систематичності у викладанні планіметрії в основній школі є одним з виявів дотримання девізу: «Геометрія заради геометрії». Тому не дивно, що, приступаючи до навчання стереометрії, вчителі впадають у розпач. Учні не вміють «виходити» у тривимірний простір, а необхідно приступати до систематичної побудови стереометрії на аксіоматичних засадах. Ще одним свідченням звернення недостатньої уваги на формування просторового мислення є незначна роль у змісті навчання зображень та побудови на зображеннях.

У підручниках з геометрії мало приділяється уваги конструюванню нових фігур з даних. Крім цього, в стереометрії переважно розглядається обмежене коло геометричних форм, практично «правильних». Це також є виявом недостатньої уваги до розвитку просторового мислення.

Розвиток логічного мислення учнів у сучасному навчанні геометрії дуже часто підмінюється вужчим завданням — формуванням навичок формально-логічного мислення. Безумовно, це дуже важливе завдання. Однак, по-перше (і на це справедливо вказують багато спеціалістів — див., наприклад, [49]), геометрія не є найзручнішим для цієї мети полігоном, принаймні для основної маси учнів. І по-друге, такий спосіб навчання надто неефективний з позицій розвивального навчання.

Для розвитку учнів важливішим є виділення у навчанні різних рівнів строгості викладення навчального матеріалу:

- 1) рівень наочно-чуттєвого обґрунтування (рівень здорового глузду);
- 2) «прикладний» рівень, на якому обґрунтуванню підлягають лише принципові етапи доведення;
- 3) формально-логічний рівень.

Важливим є і відповідний порядок просування за цими рівнями. Це тим більше важливо в умовах диференційованого навчання, коли учень свідомо може вибирати певний рівень навчання і на ньому залишатись.

Ігнорування різних рівнів строгості викладення навчального матеріалу, ролі наочних і чуттєвих уявлень у геометрії призводить до того, що геометрія стає складною, а для значної кількості учнів — навіть недоступною.

Таким чином, розвиток логічного мислення не зводиться до систематичного викладення доведень, їхнього відтворення та навіть самостійного проведення доведень за зразком і аналогією. Справді, хіба

учень не вчиться мислити і мислити логічно при формуванні понять? Формування вміння перетворювати наочно-чуттєві уявлення на означення геометричних понять — одна з магістральних ліній розвитку мислення, зокрема логічного. Нема ніяких підстав ототожнювати оволодіння аксіоматичним методом з оволодінням дедуктивним методом взагалі.

До того ж рівень середньої школи не здатний піднятися до сучасного розуміння побудови формальної аксіоматичної теорії. Вона не засвоюється навіть значною кількістю студентів математичних факультетів (йдеться, власне, про формальну логіку, теорію доведень, а також про основи геометрії в душі книги Гільберта, які сприймаються важко). Тому не тільки автори шкільних підручників з геометрії, а й деякі їхні коментатори не праві, кажучи про формальну строгість побудови аксіоматичної теорії. Може йтися хіба що про природність основних понять, аксіом та тверджень, які не постулюються, а вводяться в геометрію з модельних міркувань як «очевидні». А головне — про неухильне дотримання певного рівня строгості.

Щодо оволодіння дедуктивним методом взагалі (як тут не згадати про дедуктивний метод Ш. Холмса і не зацікавитись: а чи добре він знав геометрію?), то варто ще згадати про значні можливості в цьому «локальній дедукції»: доведення окремих теорем, розв'язування задач «на доведення».

Не менше, а можливо, й більше зауважень викликає реалізація у сучасних засобах навчання геометрії прикладної спрямованості навчання, формування світогляду. Яскравою ілюстрацією до цього є звернення до учнів старших класів із запитаннями такого типу: чи є кришка столу класної кімнати паралелепіпедом? Біда не тільки в тому, що на некоректність цього запитання ніхто не звертає уваги. Справді, хіба можуть збігатися об'єкти різної природи: кришка столу — фізичний об'єкт, а паралелепіпед — математичний, ідеальний? Гірше те, що роз'яснення некоректності цього запитання у багатьох учнів викликає подив. Адже йдеться не про формальну акуратність, а про формування світогляду: розуміння того, що геометрія — це сприйняття людством фізичного простору, що геометрія вивчає математичні моделі об'єктів навколишнього середовища і відношень між ними. Це виявляється в тому, що залежно від обставин кришка столу може моделюватись паралелепіпедом, прямокутником або складнішою фігурою.

Таким чином, реалізація прикладної спрямованості навчання геометрії, його світоглядного потенціалу невід’ємно пов’язана із введенням у навчання методу математичного моделювання, зокрема геометричного моделювання. Це стосується, перш за все, способу введення понять, вибору ідей і методів геометрії, а вже потім — розв’язування прикладних задач. Справді, чи можуть учні розв’язувати прикладні задачі без відповідної теоретичної підготовки? Ось деякі з них: «Запропонуйте метод знаходження центра керамічної плитки розміром 20×15 (см), якщо в розпорядженні є олівець і ще одна така сама плитка» або ж «Як визначити діаметр циліндричного стрижня за допомогою штангенциркуля, якщо відома довжина ніжок штангенциркуля, але вони коротші за радіус стрижня?». Навіть найпростіші побутові задачі, пов’язані з ремонтом житла, розміщенням меблів у кімнаті тощо, потребують певних навичок геометричного моделювання.

Якщо вивчення теоретичного матеріалу не мотивується потребами практики (у широкому розумінні цього слова, бо йдеться, як ми зазначали, не тільки про вміщення до підручників прикладних чи псевдоприкладних задач), то така наука приречена на загибель. Тут вже не допоможуть ні традиції, ні штучна підтримка, ні високі слова. Це якщо враховувати тенденції вільного вибору навчальних дисциплін. Проте навіть у тих реаліях, які ми зараз маємо, відсутність практичної мотивації вибиває із фундаменту навчального процесу один з наріжних каменів.

1.2. ЗМІСТ НАВЧАННЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Загальна мета навчання стереометрії, докладно обговорена у попередньому пункті, конкретизується у змісті навчання. Зміст навчання стереометрії складається зі:

- знань різних видів (понять, фактів, методів, теорій);
- засобів діяльності як предметних, так і процесуальних (навчальних, пізнавальних).

Зміст навчання стереометрії передбачає:

- формування просторового мислення;
- розвиток геометричної інтуїції щодо образів, конструкцій, властивостей, методів тощо;
- розвиток геометричних уявлень і абстрактного мислення;
- формування вмінь аналізувати та синтезувати геометричні образи;

- опанування методів: дедуктивного, геометричних перетворень, векторно-координатного, перерізів, геометричних місць точок тощо;
- формування конструктивно-геометричних умінь та навичок геометричних побудов, зображень, моделювання, конструювання;
- розвиток метричних умінь (вимірювання та обчислення довжин, площ, об'ємів);
- опанування символічної мови;
- формування вмінь геометричного моделювання.

Зміст курсу стереометрії природно структурується за двома змістовими лініями: геометричні фігури та їхні властивості і вимірювання геометричних величин. Розглянемо окремо кожна з них.

ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ ТА ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ

ЗМІСТ

Точка, пряма, площина. Двогранний кут. Взаємне розміщення прямих і площин у просторі. Паралельність і перпендикулярність прямих і площин, властивості та ознаки.

Паралельне і ортогональне проектування. Зображення фігур. Побудова на зображеннях.

Основні геометричні тіла та їхні види: многогранники, тіла обертання, циліндри, призми, конуси, піраміди, куля та сфера. Елементи геометричних тіл, взаємне розміщення тіл та площин, перерізи. Симетрії геометричних тіл, рівність і подібність.

ПЕРЕЛІК ВИДІВ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Види геометричної діяльності:

- моделювання об'єктів навколишнього середовища і відношень між ними за допомогою геометричних фігур та відношень між ними, тобто подання їх за допомогою геометричних конструкцій і відношень між ними залежно від мети дослідження;
- зображення на площині просторових геометричних фігур, їхніх елементів, виконання побудов на зображеннях (перерізів, перетинів прямих і площин);
- встановлення у просторі взаємного розміщення прямих та площин;
- виконання дій над векторами, заданими геометрично і координатами;
- розпізнавання основних геометричних тіл, їхніх елементів;

- встановлення властивостей геометричних фігур;
- конструювання тіл з даних фігур за допомогою вирізання та склеювання, побудова тіл за їхніми розгортками.

ЗРАЗКИ ЗАВДАНЬ

1. Комбінацією яких відомих вам геометричних тіл можна змодельовати вашу ручку, будівлю школи, копицю соломи?
2. Наведіть приклади фізичних об'єктів, які мають форму: призми, піраміди, конуса, кулі.
3. Як утворюються тіні?
4. За допомогою двох шнурів столяр визначає, чи лежать кінці чотирьох ніжок стола в одній площині. Як це він робить?
5. Як встановити горизонтальну платформу на вертикальній щоглі?
6. Як потрібно закріпити дріт на стовпах, щоб забезпечити його паралельність землі?
7. Чи може бути зображенням куба фігура на рис. 1.1?

8. Побудуйте переріз куба, який є:
 - а) рівностороннім трикутником;
 - б) рівнобічною трапецією;
 - в) п'ятикутником.
9. Якою фігурою є переріз піраміди $SABCD$ площиною, що проходить через ребро DC і точку M на ребрі SB (рис. 1.2)?
10. Який вигляд має тінь куба, якщо промені паралельні його діагоналі?
11. На довільному зображенні рівнобічної трапеції побудуйте зображення осі симетрії та висоти, проведеної з вершини тупого кута.

12. На довільному зображенні правильної трикутної піраміди побудуйте зображення апофеми бічної грані та висоти піраміди.
13. Побудуйте центр кулі, описаної навколо правильної трикутної призми.
14. Побудуйте переріз даної трикутної піраміди площиною, яка паралельна основі і поділяє навпіл бічне ребро.
15. Дано паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Визначте взаємне розміщення: прямих $A_1 D_1$ і BC , $D_1 B_1$ і AB ; площин (ABB_1) і $(DD_1 C_1)$, $(AD_1 B_1)$ і (BCD) ; прямої $A_1 C_1$ і площини (ABD) , прямої AC_1 і площини (BDD_1) .
16. Скільки площин, перпендикулярних до даної площини, проходить через дану точку?
17. Яке найбільше число бічних ребер, перпендикулярних до основи, може мати піраміда?
18. Як розміщені дві прямі, якщо їхні проекції на деяку площину збігаються?
19. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Знайдіть $\overline{AA_1} + \overline{D_1 C} - \overline{BC} + \overline{CC_1}$.
20. Дано точки простору $A(1; 0; -2)$, $B(3; -2; -1)$, $C(-3; 1; -1)$ і $D(4; -4; 2)$. Визначте:
 - а) координати вектора $\overline{AB} - 3\overline{BC}$;
 - б) чи лежать точки A , B , D на одній прямій.
21. Знайдіть площину симетрії правильної трикутної піраміди. Чи має вона вісь і центр симетрії?
22. Скільки центрів, осей і площин симетрії має куля?
23. Обертанням якої фігури і навколо якої осі можна отримати фігуру, яка має форму:
 - а) круглого загостреного олівця;
 - б) склянки;
 - в) глиняної миски?
24. Об'єднанням яких відомих геометричних тіл утворюється перетин двох куль?
25. Чи завжди пряма, що проходить через вершину і центр основи кругового конуса, є його віссю симетрії?
26. На рис. 1.3 маємо розгортку поверхні многогранника. Скільки він має вершин, ребер і граней?

27. У піраміді $SABCD$ (рис. 1.4) $SO \perp ABCD$, $SM \perp CD$. Яким з кутів — SMO , DSC , SDO чи SDC — вимірюється кут нахилу бічної грані SDC до площини основи?
28. Дано правильну трикутну піраміду. Як розміщується центр описаної кулі відносно піраміди залежно від величини плоского кута при вершині?
29. Чи можна розбити прямий круговий циліндр на вісім рівних частин, провівши три перерізи?
30. Тіло ортогонально проектується на кожен з двох даних перпендикулярних площин. При цьому отримано два круга. Чи обов'язково дане тіло є кулею?

ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН

ЗМІСТ

Вимірювання відстаней у просторі (від точки до площини, від прямої до площини, між площинами).

Вимірювання кутів у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами.

Об'єм геометричних тіл. Формули об'єму паралелепіпеда, призми, циліндра, піраміди, конуса, кулі.

Площа поверхонь геометричних тіл. Формули площ поверхонь.

ПЕРЕЛІК ВИДІВ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Види геометричної діяльності:

- обчислення відстаней та кутів у просторі;
- застосування векторів для обчислення геометричних і фізичних величин;
- використання координат у просторі для вимірювання відстаней, кутів;
- обчислення, порівняння, оцінювання значень геометричних величин (довжин, кутів, площ перерізів, площ поверхонь, об'ємів);
- виконання необхідних вимірювань для досягнення поставленої мети з урахуванням можливості їхньої практичної реалізації й ефективності.

ЗРАЗКИ ЗАВДАНЬ

1. Яку найбільшу довжину може мати відрізок, що міститься у прямому круговому циліндрі з висотою 8 см і радіусом основи 3 см?
2. Знайдіть відстань між двома паралельними площинами, якщо відрізок, що з'єднує точки цих площин, має довжину 6 м і нахилений до площини основи під кутом 60° .
3. Визначте довжину дроту, протягнутого від стовпа до будинку, відстань між якими становить 12 м, а висота кріплення дроту на стовпі та будинку дорівнює відповідно 8 м і 3 м.
4. Визначте величину двогранного кута, якщо точка, взята на одній грані, віддалена від ребра вдвічі більше, ніж від іншої грані.
5. Нехай $SABC$ — правильна трикутна піраміда, M — середина ребра BC , $SO \perp AM$ (рис. 1.5). Вкажіть на рисунку висоту піраміди й апофему. Серед кутів $\angle SCO$, $\angle SAD$, $\angle SMO$ і $\angle ASO$ виберіть ті, якими вимірюються: а) кут між бічним ребром і площиною основи; б) кут між бічною гранню і площиною основи.
6. Знайдіть величину рівнодійної трьох взаємно перпендикулярних сил F_1 , F_2 і F_3 , якщо $|F_1| = 2$ Н, $|F_2| = 3$ Н, $|F_3| = 6$ Н.
7. Знайдіть величину рівнодійної трьох сил $F_1 = (2; 3; -4)$, $F_2 = (-5; 2; 1)$, $F_3 = (3; -4; 2)$.
8. Дано точки простору $A(1; 0; -2)$, $B(3; -2; -1)$, $C(-3; 1; -1)$ і $D(4; -4; 2)$. Визначте:

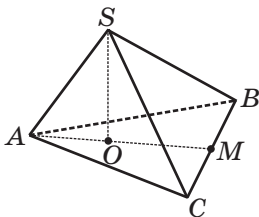


Рис. 1.5

- а) кут між векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
 б) довжину медіани AK трикутника ABC .
- Визначте площу перерізу правильної трикутної призми площиною, що проходить через ребро нижньої основи і протилежну вершину верхньої основи, якщо висота призми дорівнює H , а сторона основи — a .
 - Визначте площу перерізу правильної чотирикутної призми зі стороною основи 2 і висотою 4 площиною, що проходить через середину суміжних ребер основи паралельно бічному ребру.
 - Обчисліть площу перерізу кулі з радіусом 5 дм площиною, віддаленою від центра кулі на 3 дм.
 - У скільки разів площа осьового перерізу прямого кругового циліндра менша за площу його бічної поверхні?
 - Радіус основи прямого кругового конуса дорівнює 3 см, а його об'єм — 9π см³. Знайдіть довжину твірної конуса та площу бічної поверхні.
 - Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см і утворює з площиною основи кут 60° . Обчисліть об'єм піраміди і площу її поверхні.
 - Діаметр кулі дорівнює 1 м. Площина розміщена на відстані 0,5 м від центра кулі. Визначте взаємне розміщення кулі і площини.
 - У скільки разів збільшиться об'єм куба, якщо його ребро збільшити в 2 рази?
 - Зробіть необхідні вимірювання і визначте об'єм та площу поверхні правильної трикутної призми і правильної трикутної піраміди.
 - Обчисліть кількість шпалер (у кв. м), необхідних для обклеювання класної кімнати розміром $5 \times 13 \times 3,5$ (м).
 - Об'єм металевого куба дорівнює 27 см³. Знайдіть об'єм та площу поверхні кулі, в яку переплавлено куб.
 - Обчисліть об'єм найбільшого бруса з квадратною основою, який можна витесати з колоди циліндричної форми. Довжина колоди дорівнює 5 м, а товщина — 20 см.
 - Сталева труба, стінки якої завтовшки 2 см, має внутрішній діаметр 10 см. Знайдіть масу 5 м цієї труби, якщо густина металу дорівнює $7,8$ г/см³.
 - Обчисліть об'єм будівельної конструкції, форма і розміри якої (у дм) подані на рис. 1.6.

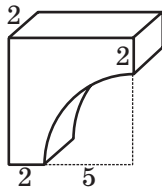


Рис. 1.6

23. Знайдіть об'єм порожньої кулі, зовнішній діаметр якої дорівнює 10 см, а товщина стінок — 1 см.
24. Скільки кульок з діаметром 1 см можна виготовити зі свинцевого бруса, що має розмір $2 \times 2 \times 50$ (см)?
25. Знайдіть об'єм тіла обертання рівнобедреного трикутника з основою 10 см і бічним ребром 13 см навколо його осі симетрії.
26. Гіпотенуза рівнобедреного прямокутного трикутника лежить у площині α , а катет нахилений до цієї площини під кутом 30° . Обчисліть кут між площиною трикутника і площиною α .
27. Всі бічні грані піраміди нахилені до площини основи під кутом 60° . Обчисліть площу повної поверхні піраміди, якщо площа її основи дорівнює S .
28. У скільки разів треба збільшити довжину ребер куба, щоб його площа поверхні збільшилась удвічі?
29. У скільки разів площа осьового перерізу прямого кругового циліндра менша від площі його бічної поверхні?
30. У скільки разів збільшиться об'єм кулі, якщо її радіус збільшити вдвічі?
31. Дано дві однойменні правильні піраміди. В одній піраміді сторона основи дорівнює a , а висота — b , в іншій — сторона основи дорівнює b , а висота — a , $a < b$. В якій з пірамід об'єм більший?
32. Які необхідно зробити вимірювання, щоб знайти:
 - а) відстань між протилежними кутами кімнати;
 - б) площу поверхні паперу в циліндричному рулоні;
 - в) масу купи щебню, яка має конічну форму?
33. Як виміряти:
 - а) відстань між двома точками на бічній поверхні циліндра;
 - б) об'єм більярдної кулі;
 - в) масу копиці сіна, що має форму прямого кругового циліндра з конічним верхом;
 - г) діаметр Землі?
34. Циліндричний бак, який лежить горизонтально і вкопаний на третину в землю, треба пофарбувати. Як визначити обсяг роботи і необхідну кількість матеріалу?
35. Скільки процентів деревини йде у відходи при виготовленні з дерев'яної колоди завдовжки 5 м і діаметром основ 20 см і 15 см балки з квадратним перерізом максимальних розмірів?
36. Чи достатньо знати свій зріст і радіус Землі, щоб наближено визначити, як далеко можна оглянути Землю, стоячи на рівному місці?

37. На моделі сфери намалювали коло. Як обчислити радіуси кола і сфери?
38. Деталь задано трьома проекціями. Які вимірювання треба зробити, щоб обчислити її об'єм (рис. 1.7)?
39. Чи можна одним вимірюванням лінійкою знайти довжину діагоналі моделі куба?
40. Порівняйте об'єми двох тіл (рис. 1.8).
41. Обчисліть об'єм спільної частини двох пірамід з однаковою висотою h , якщо їхньою спільною основою є квадрат з діагоналлю d , через кінці якої проходять висоти даних пірамід.
42. Знайдіть масу залізобетонного блока заввишки 3 м, поперечний переріз і розміри якого дано на рис. 1.8. Блок має три циліндричних отвори, діаметри яких дорівнюють 0,2 м.
43. Чи можна кубик розміром $1 \times 1 \times 1$ обгорнути хустиною розміром 3×3 ?

1.3. МОДИФІКАЦІЯ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ

Втілення *діяльнісного підходу* в навчанні геометрії — головна умова вдосконалення геометричної освіти. І роль методики навчання у цьому, без перебільшення, є визначальною.

Геометрія має навчати учнів правильного сприймання навколишнього світу. Це основне положення, яким має керуватися вчитель при проектуванні навчальної діяльності. Ще вагомішим є це положення для навчання стереометрії у профільних класах природничо-математичного спрямування.

Реалізація вказаного положення забезпечується багатьма методичними прийомами і підходами, наприклад, широким застосуванням у навчанні наочності. В їхній основі лежить методологія математичного моделювання. Зокрема, вона передбачає навчати учнів чітко розрізняти фізичні реальні об'єкти та відношення між ними від геометричних, ідеальних об'єктів і відношень між ними. Ідеологія математичного моделювання реалізується шляхом формування понять, вивчення тверджень, їхнім переліком і послідовністю, тобто системно.

Основним «будівельним» матеріалом змісту стереометрії є поняття. Тому методика формування стереометричних понять — одна з найважливіших складових методики навчання стереометрії. Застосування методології математичного моделювання при формуванні понять здійснюється за такою схемою:

- *підготовчий етап*, який охоплює: мотивацію необхідності вивчення нового поняття шляхом розгляду фізичних об'єктів чи відношень між ними, дослідження яких потребує застосування математичних методів; актуалізацію знань учнів, необхідних для свідомого засвоєння поняття шляхом звернення до відомих фізичних об'єктів, їхніх властивостей; підведення учнів до означення поняття за допомогою розгляду фізичних об'єктів, пошуку їхніх схожих суттєвих властивостей, абстрагування від несуттєвих тощо;
- *основний етап*, який включає: формулювання означення, введення терміна, символу, що означає поняття, вправи на варіювання суттєвих і несуттєвих властивостей поняття, на підведення під поняття, на наведення фізичних прикладів і контрприкладів (реальних об'єктів, які не підпадають під поняття), на пошук інших означень поняття;
- *етап встановлення адекватності поняття і його змістовності*, який реалізується шляхом застосування поняття для розв'я-

зування задач, зокрема прикладних, встановлення зв'язків цього поняття з іншими поняттями і фактами.

Уже початкова стадія вивчення поняття потребує великої кількості прикладів, контрприкладів, контрольних запитань, які дають змогу засвоїти характеристичні та інші властивості відповідного поняття. І при цьому учні мають чітко розуміти, що поняття вводять люди, беручи за основу конкретну мету, а тому є різні підходи до них (навіть у багатьох вчителів математики виникають труднощі при відповідях на запитання: чи паралельна пряма сама собі, чи є фігурою кут між прямою і площиною, чи є циліндр тілом чи «оболонкою» тощо).

У навчанні стереометрії можуть використовуватись різні види означень: дескриптивні (через рід і видову ознаку), конструктивні, аксіоматичні (наприклад, означення об'єму) і навіть через абстракцію (наприклад, означення вектора як класу напрямлених відрізків). Методика формування поняття суттєво залежить від виду його означення. Наприклад, якщо означення має дескриптивний характер, то обов'язково слід звернути увагу на існування означуваного об'єкта.

Особливої уваги заслуговують конструктивні означення понять. Конструктивний напрям у математиці — намагання пов'язати твердження про існування математичних об'єктів з можливістю їхньої побудови. Такі намагання цілком природні. А ще конструктивні тенденції при введенні математичних понять, побудові математичних теорій розглядалися як засіб подолання кризових явищ у математиці XIX–XX ст., які турбували математичну громадськість, бо ставили під сумнів віру в строгість і правильність математики як науки.

Проте навіть на рівні шкільної математики конструктивним означенням варто надавати перевагу, особливо це стосується профільного навчання учнів природничо-математичного напрямку. Адже конструктивна математична діяльність часто відповідає характеру майбутньої професійної діяльності учнів.

Конструктивний підхід до означень природно поєднується з діяльністю побудови на базі даних об'єктів складніших.

Конструювання тіл дає змогу знаходити, а точніше «відкривати» загальні властивості окремих класів тіл. Формування такого виду діяльності, як дослідження властивостей конструкцій, є одним з головних завдань викладання. Розвивальний характер такого підходу — невичерпний. Конструктивний підхід розширює практичну спрямованість навчання геометрії. Розширюється клас фізичних тіл, які учні можуть моделювати. (А насправді, як змоделювати циліндричну вту-

лку, в якій зроблено виріз вздовж твірної?). Розширюються види геометричної діяльності учнів за рахунок порівняння, конструювання, пошуку симетрій, побудови перерізів тощо. І головне: при конструюванні розвивається просторове мислення. Адже конструювання образів — головна його складова. А відповідні дії при дослідженні тіл, пов'язані з перетвореннями образів, є вже складнішими видами діяльності для розвитку просторового мислення.

Формування геометричних понять — головне завдання навчання стереометрії. Сукупність понять стереометрії, як і кожної науки, становить її фундамент. Чим глибше поняття, тим міцніший фундамент, тим величнішу будівлю можна побудувати на цьому фундаменті.

Методологія математичного моделювання у процесі вивчення теорем передбачає такі етапи:

- *підготовчий етап*, який містить: мотивацію доцільності вивчення теореми з погляду потреб практики, для вирішення яких потрібне дане твердження; актуалізацію знань учнів, необхідних для свідомого засвоєння теореми, зокрема шляхом звернення до відомих фізичних об'єктів, їхніх властивостей і відношень між ними; підведення учнів до формулювання теореми за допомогою розгляду фізичних об'єктів, пошуку їхніх схожих суттєвих властивостей, абстрагування від несуттєвих, проведення вимірювань, обчислень тощо;
- *основний етап*, який включає: формулювання теореми, виконання рисунка, який моделює умову, фізичні ілюстрації до змісту теореми, вправи на варіювання умов теореми, на підведення під умови теореми, на наведення фізичних прикладів і контрприкладів (реальних об'єктів, які не задовольняють умови теореми), на пошук інших формулювань теореми; розгляд окремих і граничних випадків тощо;
- *етап встановлення зв'язків теореми з іншими твердженнями*, який охоплює розгляд практичних застосувань теореми, розв'язування задач на застосування теореми, її узагальнення тощо;
- *етап навчання доведення теореми*, на якому обґрунтовується необхідність доведення, виховується потреба в проведенні обґрунтувань, виконуються вправи, які моделюють ідею доведення, спосіб доведення тощо.

Вивчаючи теорему, доцільно встановити її функцію, тобто чим вона є для певного поняття: властивістю, ознакою, теоремою існування — чи виконує якусь іншу роль.

Як слушно зазначається у багатьох публікаціях, один з основних шляхів перебудови геометричної освіти — перегляд відношення до доведень. Нинішня система викладання геометрії призводить не до розвитку учнів, а до виховання у них догматичного стилю мислення. Особливо це стосується навчання планіметрії у 7–9 класах. Не варто й пробувати тут обговорювати детально цю складну проблему, давати рецепти, рекомендації. Зробимо акцент знов-таки на діяльнісному підході. Конкретний приклад про встановлення антени за допомогою чотирьох однакових розтяжок набагато більше сприяє доведенню низки теорем про перпендикулярність прямої і площини, ніж формальне вивчення цих доведень.

Одне з найважливіших завдань навчання стереометрії — формування вмінь розв'язувати задачі. Ця діяльність є і засобом засвоєння понять та фактів, і кінцевою метою навчання стереометрії. Тому методика формування вмінь набувати стереометричних знань і застосовувати їх є важливою складовою методики навчання стереометрії.

Існує багато робіт, в яких містяться ґрунтовні рекомендації, чудові приклади, детальний опис прийомів щодо формування вмінь розв'язувати математичні, зокрема геометричні, задачі на діяльнісних засадах (див., наприклад, [48]). Крім цього, є багато книжок, присвячених саме методиці навчання розв'язування стереометричних задач ([8], [18], [23], [25], [26]). Хоча вони написані доволі давно, ці книги містять матеріал, який і тепер не втратив свого значення.

Геометричні задачі мають значні відмінності від алгебраїчних, які суттєво ускладнюють формування вмінь їх розв'язувати. Стереометричні задачі мають свої специфічні особливості порівняно з планіметричними, чим і зумовлені труднощі при їх розв'язуванні і, відповідно, при навчанні їх розв'язування.

Перша і найголовніша з них пов'язана з побудовою рисунка до задачі. Це один з найважливіших і, на жаль, найскладніших видів моделювання у стереометрії. Рисунок до задачі — графічна модель геометричної конструкції, з якою пов'язана задача і яка будується для пошуку розв'язання задачі і його обґрунтування. Якість цієї моделі визначає і якість розв'язання. Неправильна модель може призвести до неправильного розв'язання, неповна або ненаочна модель не полегшує його пошук. У планіметричному рисунку зберігаються

всі властивості плоскої фігури, побудови на рисунку виконуються конструктивно. Зображення просторових фігур таких властивостей не має, побудови у стереометрії часто виконуються умовно. Формування вмінь будувати правильний рисунок до задачі має постійно бути у полі зору вчителя.

Для успішного формування вмінь розв'язувати стереометричні задачі, перш за все, необхідно навчити учнів правильно зображати просторові фігури, «читати» зображення, тобто уявляти зображену просторову фігуру, встановлювати за зображенням її властивості. Застосування відповідних наочних моделей може полегшити розв'язування цих завдань, але ні в якому разі не замінити їх.

У стереометрії розрізняють два типи задач на побудову. Перший тип задач зводиться до теоретичного обґрунтування можливості виконання побудови. Наприклад, якщо треба провести з основи висоти правильної піраміди перпендикуляр на задану бічну грань, то для її розв'язування достатньо обґрунтувати, що основа цього перпендикуляра лежить на апофемі піраміди. Другий тип задач на побудову охоплює задачі на проєкційному рисунку. До основних задач на побудову належать побудова точки перетину прямої і площини, побудова лінії перетину двох площин.

Характер традиційного задачного фонду потребує суттєвого перегляду. Треба уникати штучних і надскладних конструкцій. Сам процес розв'язування задачі має виховувати якості дослідника, конструктора, винахідника. У цьому плані дуже вирашними є сюжетні задачі, в яких всебічно вивчається певна конструкція чи фігура, зокрема перерізи, симетрії, питання оптимізації і в яких діяльнісний підхід відіграє вирішальну роль.

При розв'язуванні стереометричних задач широко застосовується ідея зведення задачі до планіметричної. Дуже часто це робиться за нуренням у площину або побудовою перерізу. Менш поширеним, але не менш цінним у розв'язуванні стереометричної задачі є розгляд планіметричного аналога цієї задачі.

Ще одним важливим завданням навчання стереометрії, а можливо, і найважливішим є формування в учнів узагальнених прийомів діяльності — методів дослідження, доведення, розв'язування задач.

Як вже неодноразово зазначалося, навчання стереометрії може суттєво впливати на формування загальних методів пізнання, таких як: спостереження, моделювання, порівняння, аналіз і синтез, узагальнення і спеціалізація, абстрагування і конкретизація та ін. Крім

цього, воно має невичерпний потенціал у розвиванні вмінь користуватися методами логічного виведення, наприклад, методом від супротивного, методом побудови ланцюжка еквівалентних тверджень тощо, а також методами, що стосуються всієї математики чи її підрозділів (векторно-координатний метод, метод геометричних перетворень, методи математичного аналізу та ін.).

Деякі методи є специфічними для геометрії простору. Наприклад, метод перерізів — один з універсальних методів стереометрії та її застосувань, оскільки дає змогу зазирнути всередину фігури. Цим методом широко користуються при введенні понять, розв'язуванні задач і доведенні теорем.

Наведемо ще деякі міркування щодо окремих загальних питань методики викладання стереометрії.

Одне з питань, яке турбує вчительську громадськість, — запис умов і доведення теорем, оформлення розв'язань задач.

У зв'язку із записом умов теорем і їх доведення виникає проблема з вибором символів для скороченого запису. Навіть не використовуючи теоретико-множинний підхід до вивчення геометрії, доцільно застосовувати символи « \in », « \subset » і « \cap ». Що стосується питання про оформлення розв'язання, то автори повністю поділяють точку зору, висловлену в [29] (с.73): «Строга регламентація при оформленні розв'язувань задач («Дано», «Знайти») в символічному записі недоцільна, а іноді навіть шкідлива, оскільки відволікає від суті і призводить до нераціональних затрат часу».

Так вже склалось, що викладанню стереометрії передують вивчення в основній школі геометрії площини.

При вивченні стереометрії постійно доводиться спиратись на зв'язок між планіметричними і стереометричними поняттями та фактами. З одного боку, необхідно максимально використовувати аналогію, спільність між ними, а з іншого — потрібно попередити бездумне перенесення результатів, що стосуються площини, у простір.

Важливо забезпечити спадковість при вивченні різних розділів планіметрії і стереометрії (взаємне розміщення прямих і площин у просторі — взаємне розміщення прямих на площині, перетворення простору — перетворення площини, многогранники — многокутники, куля, сфера — круг, коло, вектори на площині і в просторі тощо).

Нарешті, висловимо попередні і найбільш загальні міркування про діагностування геометричної підготовки учнів, контроль за навчальним процесом.

Якісне забезпечення зворотного зв'язку є також важливою умовою ефективності навчання. Організація діагностування, зокрема контролю з геометрії, ускладнюється характером традиційних засобів діагностування, якими є геометричні задачі. Йдеться, звичайно, не про те, щоб позбавити геометричну задачу статусу засобу контролю, а щоб не розглядати її як єдиний і універсальний засіб. Розробка та впровадження тестів, графічних робіт, робіт, пов'язаних з моделюванням і вимірюванням, теоретичних оглядів дають змогу діагностувати важливі знання та навички, які не здатна виявити звичайна задача.

1.4. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ

Повноцінна організація навчального процесу потребує чіткого планування на основі наявного навчально-методичного забезпечення. Існують різні рівні планування. Насамперед необхідне планування вивчення предмета загалом. Наступний етап — планування вивчення тем. Далі — «блочне», або «модульне», планування вивчення теми, тобто планування логічно пов'язаних частин теми. І нарешті, поурочне планування. Планування передбачає:

- чітке діагностичне визначення мети вивчення предмета, мети вивчення теми, цілей навчального модуля, мети уроку;
- відбір адекватного меті (цілям) змісту навчання, який характеризується поняттями, фактами, методами, видами діяльності, що передбачають різні рівні засвоєння;
- відбір методичних підходів до реалізації змісту навчання, до організації діяльності учнів;
- формування адекватної системи контролю.

Доцільно, щоб вивченню кожної теми передувало проведення вступного уроку. Він передбачає формування в учнів мотивів, цільових установок на вивчення теми, встановлення рівня готовності учнів до вивчення теми, актуалізацію знань та вмінь, необхідних при вивченні теми, огляд матеріалу, що планується вивчати.

Багатоманітність видів діяльності, якими повинен оволодіти учень, породжує розмаїття організаційних форм, які повинен застосовувати вчитель у своїй роботі. Це стосується основної організаційної форми навчання — уроку (урок-лекція, урок-лабораторне заняття, урок, присвячений заліковим заходам, тощо), де учень має бути в ролі не пасивного спостерігача, а активного учасника. Ця традиційна форма організації навчання останнім часом суттєво оновлюється за багать-

ма напрямками, зокрема поширюються типології уроків, більш гнучко і варіативною стає його структура.

Водночас останнім часом набувають поширення технології навчання, в яких одиницею виміру навчального процесу є не урок, а цикл уроків або модуль чи блок. Тому й назва таких технологій містить слово «модульний». Модульне навчання виникло як альтернатива традиційному. Існують глибокі теорії модульного навчання і відповідні технології, які ґрунтуються на сучасних психолого-педагогічних засадах. Багато шкіл проводять експериментальну роботу щодо їх реалізації. Однак для пересічного вчителя ці технології часто неприйнятні через багато обставин.

Водночас деякі елементи цих технологій заслуговують на широке впровадження. Одним з таких елементів є модульне планування навчання. Безумовно, розбиття змісту предмета на теми й організація навчання кожної теми приблизно за тією самою схемою: забезпечення готовності учнів до навчання, визначення мети навчання, організація навчального процесу шляхом проектування уроків різних типів, завершення навчання (систематизація, підбиття підсумків та ін.) можна розглядати як модульне планування. Особливістю модульного підходу в навчанні є продовження цього процесу, тобто розбиття тем на підтеми, кожна з яких об'єднує групу функціонально пов'язаних навчальних питань і навчання кожної такої підтеми за відповідною схемою. Таким чином, модуль — цільовий навчальний вузол, в якому об'єднані основні завдання, зміст і технологія оволодіння ним.

У цьому посібнику за основу розподілу матеріалу було взято модульний підхід до планування навчання стереометрії. З одного боку, це є кроком на шляху переходу до сучасних технологій навчання, а з іншого — поурочне розбиття матеріалу не відповідає сьогоднішньому стану освіти. Воно суттєво обмежує роль вчителя у плануванні навчального процесу, обмежує його ініціативу, зменшує можливості для вияву творчості.

Важливе місце в реформуванні геометричної освіти має посісти вдосконалення організації самостійної роботи учнів. Ця теза цілком відповідає загальним настановам реформування освіти. Формуванню відповідних мотивів до самостійної роботи сприяє застосування завдань на рисунках, контрольних запитань, зокрема прикладного характеру, домашніх контрольних робіт з дослідження геометричних конструкцій, індивідуальних завдань як таких, які передбачають озна-

йомлення з розвитком геометрії в історичному аспекті («Скільки існує геометрій?»), так і змістовних («Геометрія консервної банки»).

У практику навчання має ввійти проведення підсумкового уроку з теми. Він може мати таку структуру:

1. Повторення, систематизація навчального матеріалу як теоретичного, так і методів розв'язування задач. Доцільно виділити головні складові теоретичного матеріалу, підібрати відповідну систему запитань, повторити загальні методи розв'язування задач з теми.

2. Підбиття підсумків вивчення теми разом з учнями.

3. Завершальна бесіда вчителя, що містить виклад загальних питань, які стосуються теми, історичні відомості, інформацію про застосування матеріалу теми як в інших предметах, так і при подальшому вивченні математики тощо.

4. Пропозиції вчителя про можливі напрямки подальшої роботи допитливих учнів.

1.5. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАННЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Навчально-методичне забезпечення шкільних дисциплін мусить мати комплексний характер. Цього потребують сучасні засади організації навчального процесу. Таке положення було визначальним для авторів навчально-методичного комплексу, про який йдеться у пропонованій книзі.

Ще одна з головних умов профільного навчання — профільна орієнтованість навчально-методичних засобів навчання. Вона реалізується у змісті підручника, рівні викладу матеріалу, характері прикладів та ілюстрацій, диференційованості дидактичних матеріалів.

Незважаючи на відмінності природничого, технічного та інших профілів природничо-математичного напрямку, вивчення значної частини основного курсу математики на цих профілях може здійснюватися тими самими засобами навчання. Загальноосвітнє значення стереометрії переважає особливості профільної спрямованості, яка може бути забезпечена додатковими відомостями, задачами, рівнем засвоєння видів діяльності.

На основі цих положень створено комплект навчально-методичних засобів зі стереометрії для профілів природничо-математичного напрямку, до складу якого входять:

- 1) підручник для учнів [П];
- 2) дидактичні матеріали [Д];
- 3) тести для тематичного та підсумкового діагностування [Т];
- 4) методичний посібник для вчителів;
- 5) посібники для самостійної роботи з окремих тем курсу стереометрії.

При написанні підручника [П] автори брали за основу положення, яке стисло можна виразити так: геометрія має навчати учнів правильного сприймання навколишнього світу. Йдеться про розвиток логічного мислення, формування просторових уявлень, формування навичок застосування геометрії до розв'язування практичних завдань. Значення останніх положень ще вагоміше, якщо мати на увазі те, що основними споживачами книги стануть майбутні кваліфіковані працівники промисловості, сільського господарства, сфери обслуговування. Тому формування просторових уявлень та навичок застосування геометрії до розв'язування практичних задач перебувало у центрі уваги авторів. Реалізація цієї мети здійснюється на засадах методології математичного моделювання. Зокрема, вона передбачає навчати учнів чітко розрізняти фізичні, реальні об'єкти і відношення між ними від геометричних, ідеальних об'єктів та відношень між ними. Ідеологія математичного моделювання реалізується шляхом формування понять, вивчення тверджень, їхнім складом, дидактичним забезпеченням підручника, тобто системно. Прикладна спрямованість реалізується внутрішніми засобами геометрії, характером задач, контрольних запитань, ілюстрацій.

Велика увага в підручнику [П] приділяється вирішенню ще одного важливого завдання геометрії — розвитку логічного мислення. При цьому йдеться не стільки про аксіоматичний метод побудови курсу, скільки про обґрунтування тверджень, висновків, логічність міркувань, розвиток аналітичних і синтетичних видів діяльності.

Автори намагались реалізувати у книзі різні рівні строгості викладу матеріалу:

- рівень здорового глузду (на це спрямовані численні приклади, порівняння);
- «прикладний» рівень обґрунтування (наприклад, задача про проведення перпендикулярної прямої до площини замінена суто прикладною задачею про встановлення антени на землі);
- формально-логічний рівень.

На розвиток логічного мислення спрямовані намагання авторів залучити учнів до «доцільного» введення геометричних понять (кута між прямою і площиною, двогранного кута, відстані між фігурами тощо).

Автори доклали певних зусиль до того, щоб навчальний матеріал був доступним для учнів, щоб вони читали підручник. Безумовно, зробити це зовсім непросто. Головним засобом здійснення цього завдання, на думку авторів, є підтримка пізнавальної діяльності учня умотивованим, докладним викладом теоретичного матеріалу, достатньою кількістю зразків розв'язування задач, розглядом застосувань навчального матеріалу.

При вивченні геометричних тіл значна увага приділяється найважливішим видам конструювання тіл, дослідженню їхніх властивостей. Такий підхід дає змогу природно розглядати круговий циліндр і призму як представників одного класу геометричних тіл — циліндрів. Їх поєднує спосіб конструювання за допомогою паралельних і рівних відрізків. Так само об'єднуються в одну родину кругові конуси і піраміди.

Вказаний підхід до розгляду геометричних тіл сприяє розв'язанню усіх трьох головних завдань навчання геометрії — *розвитку логічного мислення, забезпеченню практичної спрямованості навчання, формуванню просторового мислення.*

Розвиток просторових уявлень потребує включення у процес навчання певних видів діяльності. У підручнику це знайшло відображення насамперед у побудові зображень і роботі з ними на ранній стадії вивчення геометрії, побудові і вивченні властивостей перерізів, введенні основних «базових» тіл і конструкцій, у систематичному використанні зображень протягом всього курсу. Важливе місце відводиться задачам на побудову на зображеннях. Цей вид задач є одним з ефективних засобів розвитку просторового мислення.

У книзі серйозне місце займає ідея симетрії у геометрії як відображення симетрій реального світу, реальних об'єктів. Вивчення і застосування симетрії передбачається протягом всього курсу. Вироблення навичок відшукання та використання симетрії є запорукою успішного формування просторових уявлень учнів.

Підручник [II] містить достатню кількість контрольних запитань і задач, які можуть забезпечити активне засвоєння матеріалу на різних рівнях. Ці завдання структуровані за навчальними питаннями розділу. Основу кожного блоку складають «сюжетні» задачі, де до

деякої фігури чи конструкції наведена система взаємопов'язаних завдань. Такі задачі дають змогу виявити властивості фігур, економно використати час, формувати дослідницькі навички учнів. Вони привчають розглядати об'єкт з різних позицій, використовувати отримані результати надалі, поєднувати результати різних видів діяльності. Розв'язування сюжетних задач цілеспрямовано сприяє розвитку аналітичних і синтетичних видів діяльності. Рівнева диференціація забезпечується як розподілом задач на основні та додаткові, так і в межах кожного з цих блоків.

Особлива роль у підручнику приділяється контрольним запитанням, які наведено до кожного пункту. Вони розраховані на активне та свідоме засвоєння матеріалу і також мають різний рівень складності. Контрольні запитання спрямовані не на відтворення матеріалу, не на повторення означень чи формулювання теорем, а на з'ясування основних понять і фактів, на відпрацювання їхніх характеристичних властивостей. Вони можуть використовуватись і для активізації діяльності учнів на різних етапах занять: і при актуалізації опорних знань, і при вивченні нових понять, фактів та методів, і при закріпленні нового матеріалу, і при систематизації вивченого матеріалу тощо. Інакше кажучи, контрольні запитання мають характер невеликих вправ, які анатують поняття, твердження, з'ясовують можливість побудови, звертають увагу на прикладну спрямованість, дають змогу зазирнути вперед, побачити перспективу розвитку теми.

Децо про стиль викладу матеріалу. Автори прагнули залучити учнів до співбесіди. На це спрямовані передмови й анотації до підрозділів. Викладення матеріалу ведеться за чіткою схемою: фізичні засади поняття, означення, ознаки, конструювання, властивості, застосування.

Дидактичні матеріали [Д] містять тексти самостійних та контрольних робіт. Велика кількість самостійних робіт дає змогу забезпечити самостійну роботу навчального характеру, а також поточний контроль за засвоєнням матеріалу. Контрольні роботи та комплекти тестів допомагають провести тематичний та підсумковий контроль. Завдання в цих матеріалах диференційовано за рівнем.

Тести для діагностування [Т] складено для кожного з розділів курсу, а також для підсумкового діагностування. Вони можуть бути використані для систематизації вивченого матеріалу, підсумкового повторення, контролю за вивченням тем.

Елементи комплекту становлять єдине ціле, вони розраховані на різні рівні засвоєння матеріалу і водночас на потреби різних профі-

лів. Профільна спрямованість навчання геометрії може бути реалізована розставленням акцентів у досягненні головної мети її вивчення, тобто у розвитку просторових уявлень учнів; у формуванні навичок геометричного моделювання; у розвитку логічного мислення.

Розвиток просторових уявлень потребує, як ми зазначали раніше, включення у процес навчання певних видів діяльності. У комплекті це знайшло відображення насамперед у розгляді питань про зображення фігур на площині, побудову на зображеннях, зокрема побудову перерізів. Відмінність профілів у цьому напрямку, перш за все, пов'язана з тим, яка увага приділяється «теоретичному» аспекту (повноті доведень, глибині міркувань, обґрунтуванню можливостей побудов тощо) і «графічному» (вимогам до виконання рисунків, кількості і характеру завдань на побудову тощо).

Формування навичок моделювання реальних об'єктів і відношень за допомогою геометрії передбачає широке застосування методу математичного моделювання. Це і є однією з головних особливостей комплекту. Формування понять, підготовка до засвоєння фактів, проведення доведень, розв'язування задач здійснюються у комплекті на основі методу математичного моделювання. Відмінність профілів у цьому напрямку пов'язана з рівнем абстрагування при моделюванні і кількістю прикладних задач, які розглядаються на уроках і вдома.

Значні відмінності профілів пов'язані і з особливостями при розвиванні логічного мислення. Вони виявляються у рівні абстрагування, аналізу ситуацій, строгості міркувань і забезпечуються переважно розв'язанням задач. Цей комплект спроможний забезпечити вказані відмінності профілів.

1.6. КОНТРОЛЬ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ

1.6.1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРО КОНТРОЛЬ

Контроль за засвоєнням навчального матеріалу є важливою складовою навчального процесу. У навчальному процесі розрізняють три типи контролю:

- зовнішній, який здійснює вчитель;
- взаємний контроль учнів;
- самоконтроль учнів.

Головна функція зовнішнього контролю — забезпечення достовірної перевірки досягнення запланованої мети навчання. Це необхідно, з одного боку, для того, щоб гарантувати можливість подальшого

успішного навчання учнів, а з іншого — щоб вчитель міг коригувати діяльність, спрямовану на усунення виявлених прогалин у підготовці учнів.

Система контролю має задовольняти такі вимоги:

1. Контролюючі матеріали мають бути стандартизованими, тобто спрямованими на перевірку оволодіння тими самими видами діяльності всіма учнями, які навчаються за однаковими програмами.

2. Система контролю має забезпечити перевірку досягнення рівня стандарту, щоб гарантувати можливість подальшого навчання учнів.

3. Система контролю не має дозволити «згаснути» досягнутому рівню навчання, тобто основні вміння мають неодноразово закладатися у контролюючі матеріали.

4. Система контролю мусить мати диференційований характер, вона має стимулювати діяльність учнів, яка відповідає їхнім можливостям, дати змогу учням виявити свій рівень підготовки.

Розрізняють такі види контролю:

- вхідний;
- поточний;
- тематичний;
- підсумковий.

Поряд з дидактичною метою контроль і оцінювання знань виконують важливу виховну функцію. Адже за свою навчальну працю кожен учень чекає своєчасної й об'єктивної винагороди (оцінки та схвалення вчителя). Тому контролюючими заходами мають бути охоплені всі учні, а інструменти, які використовує вчитель для проведення цих заходів, мають давати змогу оперативної й об'єктивної оцінки знання кожного учня. Основу інструментарію для здійснення контролю становлять дидактичні матеріали [Д] та тести [Т]. Для ефективного застосування тестів, самостійних і контрольних робіт ці матеріали мають бути у кожного учня на столі.

Враховуючи зростання кількості шкіл, в яких є комп'ютерні класи, ці матеріали доцільно мати і в електронному вигляді. Тоді завдання для самостійних і контрольних робіт вчитель зможе роздрукувати на картках, при потребі внісши зміни на свій розсуд, а тестування проводити за допомогою комп'ютерних контролюючих програм, що дає змогу вчителю заощадити час.

1.6.2. ВХІДНИЙ КОНТРОЛЬ

Технологічний підхід до навчання, який поступово втілюється в роботу навчальних закладів, передбачає діагностування готовності до роботи на кожному етапі.

Підготовка до навчання стереометрії — дуже важливий етап навчального процесу, особливо при профільному навчанні, коли класи формуються заново і не тільки з учнів даної школи (а деякі навчальні заклади нового типу формують контингент своїх учнів тільки за рахунок інших шкіл). Організація повторення планіметрії є найважливішою складовою цього етапу. Досвід викладання стереометрії свідчить про те, що значна кількість учнів має недостатню підготовку з планіметрії. Водночас недоцільно одразу виділяти багато часу на її повторення. Цю роботу слід проводити цілеспрямовано протягом усього періоду вивчення стереометрії. Для організації первинного повторення планіметрії, для виявлення несформованих видів діяльності, для змістовного планування повторення доцільно провести тестування учнів за тестом, зразок якого наводиться у [Д], і діагностичну письмову роботу, текст якої також подається у [Д].

1.6.3. ОРГАНІЗАЦІЯ ПОТОЧНОГО КОНТРОЛЮ ЗІ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Як уже зазначалося раніше, мета поточного контролю — одержання інформації про хід засвоєння учнями навчального матеріалу. Він може здійснюватися відразу після опрацювання нового матеріалу в поєднанні з його закріпленням. Основним інструментом такого контролю є контрольні запитання, які забезпечують не просте відтворення матеріалу, а допомагають учням глибше розкрити особливості понять і фактів, усвідомити їхні взаємозв'язки та практичну значущість.

На початку уроку поточний контроль здійснюється в ході перевірки домашнього завдання. Її форми, залежно від конкретних умов, можуть бути різними: від простої констатації факту виконання домашньої роботи до повного розбору домашніх задач чи доведення теорем. У будь-якому разі важливо розуміти, що перевірка домашнього завдання, як і весь поточний контроль, виконує здебільшого навчальну, стимулювальну і виховну функції.

Важливими елементами поточного контролю є усне і письмове опитування.

Для індивідуальних завдань можна використовувати дидактичні матеріали [Д] або додаткові вправи підручника [П].

У процесі проведення поточного контролю бажано намагатися виставляти лише високі оцінки, особливо це стосується фронтального опитування та тестування. Безперечно, оцінки, отримані в ході поточного контролю, певною мірою впливають на підсумкову оцінку, але не є визначальними.

1.6.4. ОРГАНІЗАЦІЯ ТЕМАТИЧНОЇ АТЕСТАЦІЇ

Основну роль у системі контролю за якістю навчання виконує тематичний контроль. Він здійснюється за допомогою щонайменше трьох видів робіт: тестування, теоретичної контрольної роботи і традиційної контрольної роботи. Завершується контроль підбиттям підсумків у формі заліку. На контролюючі заходи з кожної теми необхідно виділити 4–5 навчальних годин. Досвід роботи показує, що такий (доволі великий) перелік контролюючих заходів не є надлишковим. Довготерміновість і комплексність тематичного контролю — необхідна умова виконання всіх функцій контролю: діагностичної, коригувальної, навчальної, виховної.

Тематичний контроль за результатами навчання учнів зі стереометрії доцільно проводити у письмовій формі. Це підвищує можливість забезпечення об'єктивності контролю, створює однакові умови для всіх учнів.

Найефективнішим засобом контролю результатів навчання з математики є система завдань, які відображають основні види математичної діяльності учнів. Тому тематичний контроль здійснюється насамперед шляхом проведення контрольних робіт, складених з математичних задач. Такі контрольні роботи значною мірою характеризують оволодіння учнями теоретичним матеріалом, а саме: поняттями, зв'язками між ними, фактами та їхніми застосуваннями. Для повнішого уявлення про рівень володіння учнями теоретичними знаннями доцільно окремо проводити контрольні роботи з теорії. Одна з можливих форм такої роботи — написання математичного твору за певним планом.

Охарактеризуємо всі складові тематичного контролю.

ТЕМАТИЧНЕ ТЕСТУВАННЯ

Основне призначення тематичного тестування — виявлення прогалин у підготовці учнів і проектування заходів для їхнього усунення. Для реалізації цієї мети тести найбільш придатні порівняно з іншими засобами. Головною їхньою особливістю є відокремлення

(декомпозиція) різних видів геометричної діяльності і можливість відстежувати їхнє засвоєння, а потім у разі необхідності коригувати. Тести з геометрії допомагають урізноманітнювати види геометричної діяльності (моделювання, конструювання, побудову тощо), типи геометричних конструкцій. Вони дають змогу суттєво збільшувати роботу із завданнями на рисунку.

Результати тестування не обов'язково оцінюються за 12-бальною шкалою, вони відіграють допоміжну роль при тематичному оцінюванні.

ТЕМАТИЧНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

Якісне вимірювання навчальних досягнень з математики за допомогою контрольних робіт ставить певні вимоги до їхнього змісту. Насамперед контрольна робота має забезпечувати перевірку володіння учнями основними видами математичної діяльності, які передбачаються темою на рівні, достатньому для продовження навчання. Крім цього, вона має забезпечити якісну диференціацію результатів навчання з теми. Одночасне забезпечення цих вимог з урахуванням бюджету часу на контроль потребує відповідної форми подання контролюючих матеріалів. Однією з ефективних форм, яка здатна забезпечити ці вимоги, є так звана сюжетна побудова контрольного завдання. Вона передбачає формулювання кількох завдань до однієї умови, які з різних позицій досліджують вказаний в умові головний об'єкт. Контрольне завдання може складатися з одного або кількох сюжетів.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА З ТЕОРІЇ

Сучасні критерії оцінювання навчальних досягнень передбачають оцінювання засвоєння теоретичного матеріалу. В межах тематичного контролю це ефективно може бути здійснено за допомогою письмових робіт з теорії у формі, яку можна назвати «математичним твором». На теоретичну контрольну роботу виносяться підтеми (різні, у різних варіантах), з яких складається основний зміст теми, причому не в порядку їхнього вивчення, а залежно від змістових зв'язків.

Перед учнями стоїть завдання структурувати свої знання відповідно до плану. І тут вже все не зводиться до простого відтворення. Свідомість відтворення, повнота виконання плану, рівень обґрунтованості є тими параметрами, за якими можна надійно оцінити якість теоретичної підготовки учнів.

ЗАЛІКОВЕ ЗАНЯТТЯ

Важливим елементом реалізації усіх контролюючих заходів є підбиття їхніх підсумків і організація роботи, спрямованої на коригування геометричної підготовки учнів. Завершується тематичний контроль проведенням залікового заняття. За результатами принаймні двох контрольних робіт (твору і роботи з розв'язування задач) вчитель виставляє оцінку за тему. Безумовно, результати поточного контролю впливають на цю оцінку, але лише як допоміжна інформація при прийнятті рішення експертом-вчителем. Для певної категорії учнів ця оцінка є остаточною. Вона визначається однозначно, відповідає можливостям учнів, і учні це визнають. Для цих учнів на заліковому занятті організується самостійна робота, текст якої складається із завдань різного рівня і яка спрямована на усвідомлення та усунення помилок, допущених у контрольних роботах. Уточнення оцінки за тему інших учнів здійснюється за допомогою спеціального завдання — залікового. Це завдання формується із задач і запитань, аналогічних до тих, що були в контролюючих засобах. Зміст залікового завдання, кількість завдань визначаються індивідуально для кожного учня залежно від мети його виконання (уточнення або підвищення оцінки) і характеру помилок, допущених учнями раніше. На заліковому занятті завершується контроль для переважної більшості учнів. Ця обставина є важливим психологічним аспектом проведення заліку. Реалістичності проведення залікових заходів сприяє залучення до перевірки завдань помічників з числа учнів, які отримали на початку заняття остаточно оцінку або з учнів іншого класу. До речі, такі форми співпраці з учнями дають змогу також виховувати майбутніх колег.

1.6.5. ОРГАНІЗАЦІЯ ПІДСУМКОВОЇ АТЕСТАЦІЇ

Підсумковий контроль за результатами навчання та їхнє оцінювання проводяться наприкінці навчального року. Його необхідність зумовлена вимогою повторюваності контролю, необхідністю збереження базового рівня математичної підготовки учнів на тривалий термін. Підсумкові контрольні роботи, крім вирішення інших завдань, дають змогу з'ясувати, чи усунені ті прогалини у підготовці учнів, які виявлені тематичною атестацією. Структура підсумкового контролю майже збігається зі структурою тематичного контролю та може передбачати проведення тестування і підсумкової контрольної роботи.

Посібник [Т] містить тести для діагностування підготовки учнів з курсу стереометрії 10 і 11 класів. Кожен тест подано на трьох рівнях складності, для кожного рівня вміщено два варіанти. Передусім доцільно діагностувати базовий рівень підготовки наприкінці навчального року в кожному класі.

У посібнику [Д] подано тексти двох підсумкових робіт ПКР-1 і ПКР-2 відповідно за 10 і 11 класи (кожен у 8 варіантах). Як і тематичні контрольні роботи, вони мають сюжетний характер (складаються з кількох сюжетів), містять завдання трьох рівнів складності. Ці тексти можна використати для проведення письмового іспиту з геометрії для тих учнів, хто обрав іспит з цього предмета.

Підсумкова атестація проводиться за результатами тематичних атестацій і підсумкових контролюючих заходів.

1.6.6. ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ ЗІ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Важливим етапом вимірювання навчальних досягнень є оцінювання. Якість оцінювання залежить насамперед від якості засобів вимірювання, від технології перевірки робіт і виставлення оцінки.

При перевірці контрольних робіт доцільно спочатку оцінити розв'язання кожного завдання, незалежно від його рівня, за системою «плюс-мінус». Зокрема, слід зазначити, що:

«+» (плюс) виставляється за завдання, розв'язання якого є правильним і достатньо обґрунтованим;

«±» (плюс-мінус) виставляється за завдання, розв'язання якого є правильним за структурою, але містить помилки в обчисленнях, записі виразів, що призвели до неправильної відповіді, має певні прогалини в обґрунтуванні;

«∓» (мінус-плюс) виставляється за завдання, розв'язання якого містить елементи правильного підходу, але містить суттєві помилки, зокрема логічного характеру;

«-» (мінус) виставляється у разі, коли в роботі учня відсутні навіть елементи правильних підходів до розв'язування завдання.

Кожне завдання контрольної роботи оцінюється трьома, чотирма, п'ятьма балами залежно від рівня його складності. Трьома балами оцінюються завдання середнього (базового) рівня. У роботі вони позначені знаком °. Чотирма балами оцінюються завдання достатнього (основного) рівня. У завданнях вони ніяк не позначені. П'ять балів

нараховується за завдання високого (просунутого) рівня. У завданнях вони позначені зірочкою *.

Нарахування балів за розв'язання завдання здійснюється за такою схемою:

Результат оцінювання	+	±	∓	-
Кількість балів				
3	3	2	1	0
4	4	3	1	0
5	5	4	2	0

Якщо учень не починав виконання завдання, то це позначається знаком «в» — (відсутнє) й оцінюється в «0» балів.

Таким чином, вчитель перевіряє кожне завдання роботи і виставляє на полях оцінки в системі «плюс-мінус». Потім ці результати він вносить у таблицю, аналогічну до наведеної нижче, на першій сторінці роботи учня і проставляє бали за вказаною схемою, а також підраховує загальну кількість балів. Це і є оцінка роботи в балах.

№ завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всього
Кількість балів	3	2	1	3	3	1	3	3	в	2	21

Виставлення оцінки у вибраній 12-бальній шкалі здійснюється шляхом конвертації (переведення) оцінки в балах у 12-бальну шкалу. Процедура конвертації здійснюється на емпіричних засадах за відносними критеріями. Межі первинних балів для визначення оцінки у стандартизованій шкалі встановлює вчитель відповідно до результатів навчання різних груп учнів. Наприклад, нехай максимальна кількість балів за роботу становить 37 балів. У класі є три учні, які можуть претендувати на 12 балів. Нехай вони набрали відповідно 31, 33 і 21 бал. Останній результат не беремо до уваги. І оцінку «12» будемо виставляти, якщо учень набрав від 31 до 37 балів. Так само формуються критерії і для інших оцінок. Якщо цю процедуру реалізувати на вибірці достатньо великого обсягу або кілька разів, то отримаємо критерії цілком об'єктивного оцінювання навчальних досягнень учнів.

1.6.7. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ТЕМАТИЧНОГО КОНТРОЛЮ

Важливе місце в організації навчання математики займають уроки, присвячені аналізу результатів контролю навчальних досягнень учнів, підбиттю підсумків вивчення теми, тобто підсумкові уроки з теми.

Аналіз результатів тематичного або підсумкового контролю розуміють як особливий вид діяльності вчителя, спрямованої на вивчення педагогічного явища з метою побудови його моделі, з подальшим оцінюванням результатів, прогнозуванням майбутньої діяльності учнів [31].

Головні завдання уроку аналізу результатів тематичного контролю:

1. Розгляд теоретичних питань, які погано засвоєні учнями.
2. Розбір задач, які не були розв'язані на контролюючих заходах, психологічне пояснення невдач.
3. Розбір задач, які отримали цікаве розв'язання на контрольній роботі.
4. Характеристика знань та вмінь учнів, обговорення прогалин в їхній підготовці.
5. Виконання коригувальних завдань на уроці.
6. Стимулювання навчально-пізнавальної діяльності школярів.

При підготовці до уроку вчитель збирає та систематизує інформацію про результати контролюючих заходів. Для цього необхідно здійснити поелементний аналіз завдань контрольної роботи, після перевірки контрольної роботи результати перевірки доцільно внести у подану нижче таблицю.

№	Прізвище учня	1а	1б	1в	2	3	4а	4б	5а	5б	5в	6	7	8	9а	9б	9в	10
1		+	+	-	-	+	+	+										
...																		
	Усього																	

У верхньому рядку знаками 1а, 1б і 1в позначені елементи, з яких складається перше завдання. Базуючись на цих даних, доцільно виділити групу учнів, які не припустилися зовсім або майже не припустилися помилок при виконанні контрольної роботи. Для цих учнів можна запропонувати завдання, що відображають ті самі види діяльності, які перевірялись на контрольній роботі, але є складнішими порівняно із завданнями контрольної роботи. Ці учні працюють самостійно, за необхідності звертаючись до вчителя. Вчитель час

від часу перевіряє роботу учнів, надає їм у разі потреби необхідну допомогу. Для цих учнів урок, що розглядається, є прекрасною можливістю випробувати свої сили у розв'язуванні нових задач. Учні, які успішно виконали контрольну роботу, можуть залучатися до надання допомоги однокласникам.

Далі слід визначити, з якими видами діяльності не впоралась значна частина учнів. Коригувальна робота з цими завданнями буде організована фронтально, в ній беруть участь всі учні, крім першої групи. Потім поділяємо всіх інших учнів на групи залежно від допущених помилок. Завдання готуються для кожної групи окремо.

Важливе місце на уроці відіграє аналіз причин труднощів, з якими зіткнулися учні. Вчитель ознайомлює з психологічними причинами труднощів. Доцільно звернути увагу на те, що труднощі є природними, їх зазнають всі люди, важливо тільки навчитися долати ці труднощі. Наприклад, учень не використав повністю інформацію, яка містилась в умові задачі, не здійснив самоконтроль (це призвело до появи помилки, яку легко усунути), додав додаткові умови та ін.

Домашнє завдання кожному учню визначається залежно від помилок, допущених при виконанні контрольної роботи. Однак кожен має розв'язати ті завдання, в яких були помилки.

1.7. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ ВИВЧЕННЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ

10-й клас

(2 год на тиждень, разом — 70 год)

1. Підготовка до навчання стереометрії

Номер уроку	К-сть годин	Зміст уроку
1	2	3
1.	1	Діагностування рівня геометричної підготовки.
2.	1	Аналіз результатів діагностування.

2. Паралельність прямих і площин у просторі (24 год)

1	2	3
3–5.	2	Про геометрію. Основні поняття й аксіоми. Наслідки з аксіом стереометрії.
6–7.	2	Взаємне розміщення двох прямих у просторі. Властивості й ознаки паралельних прямих.

1	2	3
8–9.	2	Мимобіжні прямі. Ознака мимобіжності.
10–12.	3	Паралельне проектування та його властивості.
13–15.	3	Зображення фігур у стереометрії. Зображення трикутника. Паралелепіпед, піраміда.
16–18.	3	Паралельність прямих і площин. Ознака паралельності. Кути з однаково напрямленими сторонами.
19–22.	4	Паралельність площин. Ознака паралельності. Існування та єдиність площини, проведеної через точку, розміщену поза даною площиною, паралельно даній. Властивості паралельних площин.
23.	1	Тематичний тест.
24.	1	Аналіз результатів виконання тесту.
25.	1	Тематична контрольна робота К. 1.
26.	1	Аналіз результатів тематичної контрольної роботи. Підсумки вивчення теми.

3. Перпендикулярність прямих і площин (20 год)

1	2	3
27–29.	3	Перпендикулярність прямої і площини. Ознака перпендикулярності. Побудова прямої, яка проходить через точку площини, перпендикулярно до цієї площини. Побудова площини, яка проходить через дану точку простору, перпендикулярно до даної прямої.
30–32.	3	Зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин.
33–35.	3	Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності. Побудова площини, перпендикулярної до даної площини. Ортогональне проектування.
36–38.	3	Перпендикуляр і похилі до площини. Вимірювання відстаней у просторі. Теорема про три перпендикуляри.
39–40.	2	Кут між прямою та площиною.
41–42.	2	Кут між площинами.
43.	1	Тематичний тест.

1	2	3
44.	1	Аналіз результатів виконання тесту.
45.	1	Тематична контрольна робота К. 2.
46.	1	Аналіз результатів тематичної контрольної роботи. Підсумки вивчення теми.

4. Вектори і координати у просторі (18 год)

1	2	3
47–48.	2	Вектори на площині і в просторі. Додавання векторів та його властивості. Множення вектора на число.
49–50.	2	Скалярний добуток векторів та його властивості.
51–52.	2	Розкладання вектора на складові. Колінеарні і компланарні вектори.
53–55.	3	Прямокутні координати в просторі. Координати векторів. Дії над векторами.
56–57.	2	Основні формули методу координат.
58–60.	3	Рівняння з кількома змінними. Рівняння сфери. Рівняння площини.
61.	1	Тематичний тест.
62.	1	Аналіз результатів виконання тесту.
63.	1	Тематична контрольна робота К. 3.
64.	1	Аналіз результатів тематичної контрольної роботи. Підсумки вивчення теми.

5. Підсумки вивчення геометрії у 10-му класі (6 год)

1	2	3
65.	1	Повторення теми «Паралельність прямих і площин у просторі».
66.	1	Повторення теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі».
67.	1	Повторення теми «Вектори і координати».
68–69.	2	Підсумкова контрольна робота ПКР-1.
70.	1	Аналіз підсумкової контрольної роботи. Підсумки вивчення геометрії у 10 класі.

11-й клас

(2 год на тиждень, разом — 70 год)

1. Підготовка до навчання в 11-му класі

Номер уроку	К-сть годин	Зміст уроку
1	2	3
1.	1	Діагностування рівня геометричної підготовки.
2.	1	Аналіз результатів діагностування.

2. Геометричні тіла і поверхні (32 год)

1	2	3
3–4.	2	Геометричне тіло. Поверхня тіла.
5–6.	2	Рівність і подібність фігур. Перетворення у просторі.
7–8.	2	Циліндр, його елементи, перерізи циліндра. Класифікація циліндрів.
9–12.	4	Призма. Пряма призма. Правильна призма. Паралелепіпед.
13–14.	2	Конуси, їхні елементи, перерізи конуса. Класифікація конусів.
15–18.	4	Піраміда, її елементи. Правильна піраміда. Зрізаний конус, зрізана піраміда.
19–20.	2	Многогранники. Правильні многогранники. Перерізи многогранника.
21–25.	5	Куля і сфера. Переріз кулі площиною. Дотична площина. Вписані й описані кулі.
26–30.	5	Фігура обертання. Симетрії фігури обертання. Перетин двох сфер. Кульовий сегмент і кульовий сектор.
31.	1	Тематичний тест.
32.	1	Аналіз результатів виконання тесту.
33.	1	Тематична контрольна робота К. 4.
34.	1	Аналіз результатів тематичної контрольної роботи. Підсумки вивчення теми.

3. Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл (30 год)

1	2	3
35–36.	2	Об'єм тіла. Об'єм куба.
37–38.	2	Об'єм прямокутного паралелепіпеда. Об'єм прямого паралелепіпеда.
39–42.	4	Об'єм прямої призми. Об'єм прямого циліндра.
43–44.	2	Обчислення об'ємів тіл за площами їх поперечних перерізів. Об'єм похилого циліндра.
45–48.	4	Об'єм тіла обертання. Об'єм кулі.
49–53.	5	Об'єм піраміди і конуса. Об'єм зрізаного конуса. Об'єм кульового сектора.
54–58.	5	Площа поверхні многогранника. Площа бічної поверхні призми і піраміди. Площа поверхні циліндра і конуса.
59–60.	2	Площа поверхні кулі.
61.	1	Тематичний тест.
62.	1	Аналіз результатів виконання тесту.
63.	1	Тематична контрольна робота К. 5.
64.	1	Аналіз результатів тематичної контрольної роботи. Підсумки вивчення теми.

4. Підсумки вивчення геометрії в 11 класі (6 год)

1	2	3
65.	1	Повторення теми «Геометричні тіла і поверхні».
66–67.	2	Повторення теми «Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл».
68–69.	2	Підсумкова контрольна робота ПКР-2.
70.	1	Аналіз підсумкової контрольної роботи. Підсумки вивчення геометрії у 10–11 класах.